

Un logiciel pour apprendre à résoudre des exercices de dénombrement

Hélène GIROIRE¹, Françoise LE CALVEZ², Jacques DUMA³, Gérard TISSEAU¹, Marie URTASUN²

<http://www.math-info.univ-paris5.fr/combien>

¹Equipe SysDef - LIP6, Université Paris6, 8 rue du capitaine Scott, 75015 Paris

Mél : <Prénom>.<Nom>@lip6.fr

²CRIP5, Université René Descartes, 45 rue des Saints Pères, F-75270 Paris Cedex 06

Mél : <Prénom>.<Nom>@math-info.univ-paris5.fr

³Lycée technique Jacquard, 2 rue Bouret, F-75019 Paris. Mél : dumajd@club-internet.fr

Résumé

Dans le cadre du projet Combien? nous avons construit des interfaces pédagogiques pour apprendre à résoudre des problèmes de dénombrement. Nous présentons rapidement la méthode de résolution sur laquelle reposent ces interfaces. Nous avons classé les problèmes de dénombrement en fonction de leurs schémas de résolution. Chaque interface correspond à une classe de problèmes. Nous indiquons ensuite la progression pédagogique liée à l'utilisation de ces interfaces. Nous présentons alors les différentes expérimentations réalisées avec différents types de public.

Mots-clés : Environnement d'apprentissage, interface pédagogique, modélisation, résolution de problèmes, expérimentation, dénombrement.

Abstract

In the Combien? project, we built pedagogical interfaces to help students learn combinatorics. First, we present the solving method on which these interfaces are based. Combinatorics problems are classified according to their solving schemata. Each interface corresponds to a class of problems. Then, we show the pedagogical progression inherent to the use of these interfaces. Finally we describe the experiments in different context (learners, teachers, ergonomist).

Keywords : Learning environment, pedagogical interface, modelling, problem solving, experiment, combinatorics.

Introduction

Le projet "Combien ?" a pour but de définir une méthodologie de conception de différents composants d'un EIAH (Environnement Interactif d'Apprentissage Humain). Pour valider nos réflexions, nous réalisons un système pédagogique d'aide à l'apprentissage humain dans le domaine mathématique des dénombrements. L'objectif n'est pas tellement de former des experts en dénombrement, c'est-à-dire capables de déterminer le nombre d'éléments d'un ensemble, mais plutôt d'entraîner les élèves à la modélisation et de les rendre capables de représenter une situation par une structure complexe. Nous pensons que les exercices de dénombrement sont un bon point de départ pour cela et que la même démarche se retrouve dans d'autres domaines comme les probabilités et l'algorithmique. Nous avons défini les fondements mathématiques d'une méthode de résolution "la méthode constructive" adaptée aux conceptions usuelles des élèves et permettant d'accéder à la théorie mathématique du domaine. Nous

avons défini une classification des problèmes du domaine et les schémas de résolution associés aux différentes classes. Nous avons introduit pour chaque classe une "machine à construire une solution". Chaque machine se présente pour l'élève sous forme d'une interface pédagogique qui le conduit à construire la solution d'un exercice de la classe considérée. Nous présentons ensuite diverses expérimentations réalisées avec différents types de public.

Méthode Constructive

Les exercices de dénombrement de la classe de terminale sont de la forme : "Etant donnés des ensembles servant de référentiels, compter dans un certain univers les éléments vérifiant des contraintes de sélection". Il est possible de calculer le cardinal de l'ensemble à dénombrer sans énumérer ses éléments, mais simplement en raisonnant sur la façon dont on pourrait les énumérer. En effet, la liste des éléments peut être donnée comme le résultat de l'exécution d'un algorithme d'énumération et une méthode efficace de dénombrement consiste à expliciter cet algorithme et à l'analyser pour prévoir combien d'éléments il va engendrer, sans qu'il soit nécessaire de l'exécuter : c'est ce que nous avons appelé la "méthode constructive". C'est cette démarche que nous voudrions voir suivre par l'élève. La méthode a l'avantage de permettre l'élaboration d'une démonstration rigoureuse des solutions mais elle exige une modélisation préalable de l'énoncé et utilise des concepts mathématiques encore peu familiers des élèves du niveau considéré.

Classification des problèmes et interfaces

L'observation de certains experts montre qu'ils connaissent des classes de problèmes classiques et qu'ils leur associent des schémas valides de définitions constructives et injectives. Ils déterminent la classe du problème par l'analyse de son énoncé puis instancient le schéma associé pour engendrer la définition constructive équivalente. L'intérêt de cette méthode est qu'elle garantit la validité des solutions lorsqu'elle est applicable.

Nous avons élaboré une classification des problèmes de dénombrement en vue de la résolution. A chaque classe de problèmes nous avons associé une machine à construire

une solution. Le raisonnement sur les différentes étapes de la construction permet de calculer le nombre d'éléments de l'ensemble à dénombrer.

Progression Pédagogique

Les machines sont prévues pour être utilisées en quasi autoformation. Un manuel d'utilisation est attaché à chaque machine. L'aide contextuelle correspondante est proposée aux différentes étapes de la construction de la solution.

L'élève a, à sa disposition, les machines correspondant à chaque classe. Ces machines contiennent chacune des exercices appropriés. L'élève peut ainsi apprendre à reconnaître la classe des exercices. La classe de l'exercice ne se reconnaît pas immédiatement à partir de l'énoncé. Par exemple, les exercices : "Dans un groupe de 10 personnes, combien y a-t-il de façons de choisir un président, un trésorier, deux secrétaires ?" et "Combien y a-t-il de mots de 10 lettres prises dans l'ensemble $\{p, t, s, r\}$ et contenant 1 p, 1 t, 2 s ?" font partie de la même classe "Construction-liste". Lorsque l'élève aura appris à reconnaître la classe d'un problème, il lui sera présenté une machine générale à partir de laquelle il devra spécifier la classe de problème pour pouvoir résoudre.

Réalisation : les machines à construire

Nous avons défini et réalisé un éditeur d'interfaces EDIREC pour créer des machines spécifiées par des interacteurs. En utilisant EDIREC, nous avons réalisé les machines correspondant aux classes "Construction-ensemble", "Construction-liste", "Construction-association". Toutes les machines se présentent sous la même apparence (définition de l'univers puis des différentes étapes de définitions des contraintes). A chaque pas la machine détermine quelles possibilités d'action laisser à l'élève. Elle détecte de façon incrémentale les erreurs commises par l'élève en utilisant une base de schémas d'erreurs associée à cette machine. Toutes les machines sont construites suivant le même modèle et possèdent leur propre base d'erreurs.

Expérimentations

Nous avons fait trois types d'expérimentations en parallèle. Pour chacune des expérimentations la machine présentée est la machine "Construction-ensemble" pourvue d'une dizaine d'exercices. La liste des exercices est ordonnée par ordre de difficulté croissante.

Conditions d'expérimentation

Le manuel de présentation est disponible en ligne mais aussi sous forme papier. En ligne les pages sont accessibles de façon contextuelle par la commande "?". Dans toutes les expérimentations la machine a été proposée comme un outil de résolution de problèmes de dénombrement. Nous avons demandé aux expérimentateurs d'exprimer à haute voix toutes leurs pensées. L'expérimentation proprement dite a porté sur cette machine, mais les expérimentateurs ont pu

voir et utiliser deux autres machines : la machine "Construction-liste" et la machine "Construction-association".

Public cible : des élèves de terminale

Nous avons procédé à deux expérimentations différentes. Le premier groupe de trois élèves, n'avait pas abordé les dénombrements. Le deuxième groupe de trois a travaillé avec la machine après avoir eu cinq heures d'exercices de dénombrement, sans véritable "cours" en classe. Ils ont considéré cela comme un jeu de découverte et ont eu beaucoup d'échanges entre eux. Dans les deux groupes, les élèves ont commencé par se focaliser sur la valeur numérique à obtenir, puis se sont intéressés à la démonstration que la machine les conduisait à faire. Dans les derniers exercices ils ne s'intéressaient plus à cette valeur numérique mais se focalisaient sur la définition des différentes étapes de la démonstration.

Public cible : les experts du Domaine

Les professeurs de mathématiques enseignant les dénombrements ont eu plus de mal que les élèves à suivre la méthode induite par les machines. En effet leur enseignement n'aboutit pas à l'utilisation systématique de cette méthode. Cela les a obligés à changer leur façon de raisonner. Pour les premiers problèmes de la liste, ils auraient volontiers donné le nombre résultat directement sans en donner une justification. Pour les problèmes plus délicats de la même classe, ils ont apprécié le fait de devoir justifier chaque étape.

Validation des interfaces par un ergonomiste

Le but de cette expérimentation était de valider l'interface du point de vue ergonomique. L'ergonomiste a commencé par tester systématiquement le comportement de l'interface sans s'occuper de dénombrement. Puis finalement s'est pris au jeu et s'est forcé à résoudre.

Conclusion

Les trois types d'expérimentateurs ont apprécié l'apparence de l'interface machine "Construction-ensemble" et le fait que cette même apparence se retrouve dans les autres machines. Cela permet d'appréhender les concepts sous-jacents. Ils ont réalisé l'intérêt de la méthode car cela leur a permis de résoudre des exercices dont la solution n'était pas évidente. Ils ont résolu tous les exercices dans l'ordre de la liste, ce qui ne leur était pas imposé. Ils ont tous apprécié la progression qui leur a permis au départ de se familiariser avec l'outil et ensuite de se concentrer sur les difficultés des problèmes.

Un des buts de notre approche est d'apprendre aux élèves qu'il faut "démontrer" un résultat et qu'utiliser une méthode systématique permet de résoudre des problèmes de plus en plus difficiles. Notre logiciel s'est avéré un bon outil pour apprendre aux élèves à justifier leurs résultats numériques dans les problèmes de dénombrement.