Contributions de systèmes de calcul formel à la cohérence culturelle de l'enseignement des mathématiques

Edith Schneider

Contributions de systèmes de calcul formel à la cohérence culturelle de l'enseignement des mathématiques

Edith Schneider
Universität Klagenfurt, Abteilung für Didaktik der Mathematik
Universitätsstr. 65, 9020 Klagenfurt, Autriche
edith.schneider@uni-klu.ac.at

Utiliser de façon extensive les systèmes de calcul formel (SCF) dans l'enseignement des mathématiques est aujourd'hui encore considéré comme un danger pour la préservation et la transmission de la culture mathématique. Renoncer aux technologies de l'information et de la communication dans l'enseignement des mathématiques représente cependant un danger pour la cohérence culturelle relative au développement technologique des mathématiques (et de la société en général). Au cours de cette communication j'expliquerai tout d'abord brièvement la notion de cohérence culturelle et présenterai ensuite une conception des TIC en tant que médiateur dans le duel des positions face aux TIC, et particulièrement face aux SCF.

1 Cohérence Culturelle

La cohérence culturelle est l'un de sept devoirs que H. W. Heymann juge essentiel pour un enseignement des mathématiques visant la culture générale (Heymann 1996, p. 65 –79; 154 – 183).
Heymann suppose une notion de culture sociologique étendue. Cette notion de culture est tout d'abord descriptive et non normative ; elle s'étend des habitudes et des capacités quotidiennes d'un groupe défini aux mesures de comportement moral jusqu'aux réalisations artistiques et scientifiques – y compris des erreurs spécifiques.
Une culture particulière résulte – d'après Heymann – toujours d'un choix spécifique de toutes les possibilités humaines ; et ce choix (qui permet en même temps la différenciation d'avec les autres cultures) confère une identité spécifique à la société.
Ce n'est que dans les yeux de ceux qui se sentent appartenir à une sphère culturelle que la notion de culture prend aussi un caractère normatif : nous attribuons une valeur spécifique aux particularités culturelles de notre propre culture vers laquelle l'individu tout comme la société doivent s'orienter. Cela donne une identité culturelle à l'individu. Une identité culturelle pensée et réfléchie devrait se montrer compréhensive, sensible envers les autres cultures et identités culturelles sans renier les particularités de sa propre culture.

Au sens de Heymann la cohérence culturelle comprend un aspect diachronique et un aspect synchronique.
L'aspect diachronique s'intéresse à la composante temporelle de l'évolution d'une culture, c'est à dire à la continuité culturelle. Il s'agit de la conservation et de la transmission de produits culturels d'une génération à l'autre, de l'assimilation de la culture émergente et de

son développement ultérieur par la jeune génération, de la naissance d'un lien entre hier et aujourd'hui.
L'aspect synchronique a pour objet l'étude de différentes cultures et plus particulièrement la compatibilité entre les (sous-)cultures à l'intérieur d'une même société ainsi que l'association de sa propre culture avec celle d'autres sociétés.
En développant la cohérence culturelle, on parvient à recouvrir ces deux aspects, il s'agit avant tout de

- *la continuation de la culture quotidienne (mathématique)* nécessaire pour s'orienter dans les situations quotidiennes de la vie privée et professionnelle. Dans le cas des mathématiques (scolaires), il s'agit de conserver et transmettre ce standard de savoirs et savoir-faire en mathématiques, présents dans la vie quotidienne et professionnelle de notre société (y compris son adaptation en douceur aux nouveaux développements de la société de l'information et de la communication et des technologies).

- *la communication entre les générations*, constituant une base commune de dialogue à propos des normes, des valeurs, des positions etc. Par exemple, dans le domaine des mathématiques scolaires, l'introduction de la théorie des ensembles à la fin des années soixante a fortement perturbé ce dialogue.

- *le développement d'une identité culturelle pensée et réfléchie* où l'on se voit soi-même comme membre de sa culture, où l'on reconnaît les liens au sein de sa propre culture et où l'on puisse accepter l'altérité, les différences avec les autres cultures; dans le cas des mathématiques (scolaires), il s'agit par exemple d'offrir la possibilité de découvrir les traits caractéristiques des mathématiques, leur importance et leur universalité au travers de toute la culture (basée sur des objets abstraits, des représentations symboliques, des règles sans contradiction) ; cette approche amène à comprendre convenablement la manière de pensée et de travail des mathématiques. Certaines idées fondamentales (globales) jouent à cet égard un rôle central, comme par exemple les liens entre les différents contenus mathématiques où les corrélations ainsi que les différences entre les mathématiques et la culture en dehors des mathématiques sont faciles à reconnaître.

Ces exigences comprennent la transmission, l'assimilation et la réflexion des éléments traditionnels tout comme la discussion critique de ces éléments et de leur développement.

2 SCF comme médiateur entre l'enseignement traditionnel des mathématiques et l'innovation technologique

Une réduction de la part prise dans l'enseignement par les manipulations algébriques serait souhaitable du point de vue de la didactique. La résistance du système d'enseignement (du moins en Autriche) s'explique également par le besoin d'une continuité culturelle (conservation des mathématiques scolaires et continuation de la culture quotidienne).

En tant qu'*enseignant* on est fortement influencé dans nos pratiques par la manière dont nous ont été transmises les mathématiques – à l'école et à l'université. Pour l'école, cela se traduit très souvent par des batteries d'exemples où l'on exige à peine plus que de transformer des expressions symboliques en appliquant une ou des règles. A l'université, l'enseignement des mathématiques vise davantage les savoirs et la compréhension que les savoir-faire, et tend vers la formation d'experts en mathématiques où le calcul formel occupe par conséquent une place importante (et non sous la forme de dérivations d'une formule et de sa démonstration). Ceci a une forte influence sur les contenus d'enseignement et la pondération choisie par les enseignants. La conservation et la transmission d'une représentation «traditionnelle » des mathématiques (existant depuis au moins une génération – cf. Heymann 1996, p. 72/73) sont souvent déterminantes – et elles se répercutent inévitablement dans les contenus des mathématiques scolaires et leur pondération, qui restent donc « traditionnels ».

Les *parents* désireux de suivre de près la scolarité de leurs enfants et plus particulièrement l'apprentissage des mathématiques attendent et exigent au mieux un évolution en douceur de l'enseignement des mathématiques par rapport à leur propre expérience de cet enseignement ; ils ne souhaitent en revanche pas de rupture radicale avec la représentation des mathématiques scolaires et quotidiennes qui leurs sont familières. Des changements radicaux signifieraient donc exclure les parents de l'enseignement/apprentissage des mathématiques de leurs enfants, intervenir aux points d'intersection de l'ancienne et de la jeune génération ; le dialogue entre les générations autour des mathématiques se compliquerait de plus en plus, s'en trouverait entravé, voire interrompu.

De plus, les parents craignent que les enfants n'apprennent plus les « vraies » mathématiques, qu'ils ne maîtrisent plus les «standards mathématiques » - d'où des divergences, une rupture avec la culture (quotidienne) mathématique dans divers domaines. Les parents craignent que leurs enfants aient plus de mal à s'orienter convenablement dans certaines situations professionnelles, et que par conséquent ils risquent d'être restreints dans leurs chances de carrière professionnelle, ou du moins dans leurs possibilités de faire des études universitaires.

Mais la culture générale ne peut pas se réduire uniquement à la conservation et à la continuité, elle doit s'efforcer de lier le familier à la nouveauté et à l'inconnu ; en somme engendrer une cohérence culturelle. Un rôle particulier, quoique ambivalent, revient aux technologies de l'information et de la communication (TIC) et plus particulièrement aux systèmes de calcul formel (SCF) dans la cohérence culturelle de l'enseignement des mathématiques.

Les SCF peuvent « calculer » à partir d'objets mathématiques présentés symboliquement conformément au calcul formel en mathématiques. Il est certes vrai que les SCF ne maîtrisent pas (jusqu'à ce jour) toutes les opérations nécessaires et connues en mathématiques, mais ils maîtrisent par contre presque toutes les opérations (transformations) traitées dans les mathématiques scolaires. Aujourd'hui ces savoirs et ces savoir-faire en calcul formel matérialisés à l'intérieur des SCF peuvent être acquis et sont accessibles à tous au prix de 180 euros env.

En raison de la disponibilité permanente (et non seulement ponctuelle) des SCF, on peut renoncer au calcul papier/crayon dans de nombreuses situations ; la maîtrise des activités de calcul formel (des transformations formelles) papier/crayon n'est plus une technique nécessaire. Par conséquent, la présence des SCF représente une rupture assez radicale dans la représentation dominante des mathématiques à travers la société qui est préservée et transmise. Ce qui, pour la plupart, représentait la culture de mathématiques et qui était considéré comme une activité centrale, perd de sa valeur, perd de sa nécessité compte tenu de la présence SCF. L'utilisation des SCF ne semble guère être compatible avec le désir de continuité culturelle, de continuation des traditions.

D'autre part, renoncer aux SCF signifierait un refus des développements technologiques en mathématiques et dans la société en général. L'utilisation active des TIC est devenue depuis longtemps une nouvelle technique culturelle de notre société, un élément immuable à l'intérieur de la culture actuelle. Si l'on ignorait cette évolution dans l'enseignement des mathématiques, cela signifierait ne pas prendre volontairement en considération un produit culturel de notre époque et par conséquent rompre radicalement avec la culture actuelle. Il n'est pas nécessaire de justifier qu'il est indispensable de former les jeunes d'aujourd'hui aux moyens d'hier pour la société de demain – cf. Peschek 1999a, p. 265.

Cette ambivalence est presque toujours présente et perceptible dans la discussion didactique concernant l'intégration des SCF et aboutit à différentes réactions :
Quelques didacticiens et de nombreux enseignants affrontent le danger que constituent les contenus traditionnels et les priorités traditionnelles dans l'enseignement des mathématiques à l'école en introduisant les SCF seulement après avoir développé les savoir et les savoir-faire en calcul formel sous forme papier/crayon auquel on pourrait renoncer en introduisant les SCF. Ils s'efforcent de surmonter ainsi la rupture avec des traditions (des mathématiques scolaires) (principe de White-Box/Black-Box – cf. Heugl et al 1996, pp. 158).
D'autres, par exemple, essaient d'éviter ce clivage en introduisant les SCF pour simuler la transformation papier/crayon (par exemple résolution d'équations ou de systèmes d'équations) à partir du logiciel ou pour entraîner le calcul formel papier/crayon avec SCF.
D'autres, fascinés par les possibilités technologiques, orientent dans une large mesure leur enseignement en fonction du développement technologique des mathématiques. Ils voient leur contribution au développement de la cohérence culturelle avant tout dans l'utilisation extensive – sans égard aux autres traditions – des possibilités offertes par des TIC et donnent la priorité aux contenus qu'on ne peut guère traiter en classe papier/crayon (par exemple simulations exigeant beaucoup de travail, représentations à trois dimensions, procédures des mathématiques numériques exigeant de nombreux de calcul – cf. p. ex. Böhm/Pröpper 1999, Lehmann 1999, Waits/Demana 1997).

Notre position diffère des positions mentionnées ci-dessus :
Nous considérons les SCF comme un médiateur entre le renouvellement et la tradition, et dans les mathématiques scolaires comme un médiateur entre la didactique qui exige de réduire le calcul formel dans l'enseignement des mathématiques d'un coté, et de l'autre les craintes qu'il en résulte une perte du potentiel des mathématiques dans la résolution de problèmes pour les étudiants. Les SCF apportent les savoirs et les savoir-faire en calcul formel dans l'enseignement des mathématiques, dans l'étude des problèmes mathématiques ; dans

certaines conditions, ils sont accessibles aux étudiants dans une large mesure sans que ces derniers développent cognitivement ces savoirs et ces savoir-faire : solve(a*x^2+b*x+c=0) est (dans un environnement d'apprentissage et de travail utilisant les SCF) aussi bien une résolution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ que la formule de solution pour des équations quadratiques (dans un environnement traditionnel d'apprentissage et de travail) ; d(x^n,x) est aussi bien la dérivation d'une fonction de puissance général $f : x \to x^n$ que la règle de dérivation pour des fonction de puissance, etc. Les activités de calcul formel dans un environnement d'apprentissage et de travail intégrant les SCF se concentrent sur les transformations adéquates et sur la saisie adéquate d'une expression donnée en écriture mathématique dans les SCF. Dans cette perspective, la capacité à manipuler correctement et intelligemment les SCF peut être considérée comme une forme moderne et matérialisée de savoirs et savoir-faire en calcul formel.

Ainsi, les SCF offrent la possibilité et promettent de servir de médiateur entre les diverses attentes et différentes exigences envers l'enseignement des mathématiques, par exemple entre la tradition et la « sous-traitance » du calcul formel, entre l'enseignement traditionnel des mathématiques et les innovations technologiques. C'est aussi l'occasion de réfléchir et soutenir la cohérence culturelle, et de poser la nécessité d'une nouvelle culture plus développée des mathématiques scolaires.

3 « Sous-traitance » comme trait caractéristique de la science et de la société

W. Peschek propose de sous-traiter (au sens où l'on délègue certains processus et procédés à un tiers pour en utiliser les produits/résultats dans la construction d'un nouveau produit) sans restriction des savoirs et des savoir-faire en calcul formel dans toutes les situations où c'est (d'un point de vue didactique) raisonnablement possible (cf. Peschek 1999b, p. 407, Peschek & Schneider 2000, 2001, Schneider 2001).

Les savoirs sous-traités constituent un élément fixe de la vie quotidienne et des sciences ; ainsi, l'utilisation émancipée de savoirs sous-traités est très importante pour la science et la société. Cela vaut également d'une certaine manière pour les mathématiques.

Dans une certaine mesure, on travaille en mathématiques toujours avec la méthode de sous-traitance de l'algorithme de division à la résolution d'équations ou de systèmes d'équations en passant par les démonstrations. Il n'est en effet pas nécessaire de savoir pourquoi l'algorithme de division utilisé fonctionne pour réussir la division ; normalement, il importe relativement peu de justifier logiquement les manipulations d'équivalence quand on les utilise pour résoudre une équation ; il n'est pas non plus nécessaire de connaître le fondement de la théorie d'ensemble des fonctions pour effectuer une dérivation. En mathématiques nous faisons appel à beaucoup de notions et de procédures en tant que blocs comprimés de savoirs (modules) ; on doit connaître précisément l'effet qu'ils produisent à « l'intersection » avec l'extérieur pour les utiliser avec succès, sans pour autant connaître leur fonctionnement intérieur.

Représenter une situation non mathématique par des symboles mathématiques (matérialiser cette situation) est aussi un mode essentiel de pensée et de travail mathématique (cf. figures 1(1) et (2)). Il devient ainsi possible d'effectuer un calcul formel (en un sens, sans devoir les comprendre) au niveau syntaxique, sans être obligé de le contextualiser (cf. figure 1 (3)). Ce procédé repose sur la sous-traitance du problème non mathématique au système formel des mathématiques. Ce procédé est tout à fait économique – et réduit la complexité du problème, et il livre des solutions que l'on n'aurait pas trouvées (ou pas si facilement trouvées) sans se détacher considérablement du contexte ou sans le sous-traiter au système formel.

(1) Une auberge de jeunesse a au total 58 lits dans 21 chambres à deux lits et à quatre lits. Combien de chambres à deux lits et combien de chambres à quatre lits l'auberge de jeunesse a-t-elle?

(2)
$$\begin{aligned} x + y &= 21 \\ 2x + 4y &= 58 \end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned} -2x - 2y &= -42 \\ \underline{2x + 4y} &\underline{= 58} \\ 2y &= 16 \end{aligned}$$

$$y = 8 \qquad x = 13$$

(4) L'auberge de jeunesse a 13 chambres à deux lits et 8 chambres à quatre lits.

Fig. 1

Donc, sous-traiter est un des traits caractéristiques des mathématiques – et constitue les raisons essentielles de leur productivité et de leur efficacité.

C'est aussi valable pour la dimension sociale : dans notre société, il est depuis longtemps naturel et devenu indispensable de savoir se servir de blocs comprimés de savoirs, dont la connaissance du fonctionnement intrinsèque n'est pas une condition. Il ne faut pas non plus toujours aborder les mathématiques comme des paramètres de notre vie quotidienne et professionnelle afin de pouvoir les utiliser. S'il n'y avait sur les routes que des automobilistes qui connaissaient parfaitement la mécanique et l'électronique de leur voiture, nous n'aurions plus de problèmes de circulation ; si ne s'arrêtaient aux feux que les automobilistes qui connaissent les commandes de feux de l'algorithme jusqu'au fonctionnement des microprocesseurs en passant par la programmation, nous n'aurions plus non plus de problèmes de circulation. (cf. Peschek 1999a, p. 268)
Les mathématiques jouent donc un rôle de plus en plus important pour la société :

« Les mathématiques sont des savoirs codifiés, relativement sûrs et socialement négociés qui autorisent dans une certaine mesure une séparation entre comprendre et faire … Leur importance sociale est surtout due à leur fonctionnement – en raison de la sous-traitance – même dans les situations où l'utilisateur ne sait plus pourquoi depuis longtemps. »

(De l'allemand, Peschek 1999b, p. 406)

(Plus de détails concernant l'aspect de la sous-traitance p. ex. à Fischer 1991, 1996 ; Maaß & Schlöglmann 1988, Peschek 1999a, 1999b, Winkelmann 1992.)

Se représenter la (sous-)culture des mathématiques, sa manière de pensée et de travail, son importance sociale et culturelle doit inclure la sous-traitance comme un aspect important (vis à vis de la science, mais aussi de la société). Pour développer une identité culturelle réfléchie (des mathématiques), il est primordial de dégager la sous-traitance comme un trait caractéristique et fondamental des mathématiques et de la concevoir comme un aspect constitutif de l'importance des mathématiques pour la société. Traiter de façon réfléchie la sous-traitance et sa valeur pour la science et pour la société dans l'enseignement des mathématiques peut être considéré comme une contribution importante au développement de la cohérence culturelle, en particulier pour une identité culturelle réfléchie. Les SCF, en tant que système réalisant pour le moment l'idée de sous-traitance, peuvent être intégrés comme modèles clairs et expressifs de la sous-traitance dans l'enseignement des mathématiques. Notons aussi que les éléments traditionnels évoluent et s'adaptent aux nouvelles évolutions technologiques et sociales, et établissent ainsi le lien entre « ancien » et « nouveau ».

4 SCF et la communication avec experts

Un des problèmes clés de notre société (démocratique, fortement différenciée et basée sur la division du travail) est « le problème de la communication entre experts et non-initiés » (cf. Heymann 1996, p. 113) ; la base du fonctionnement de notre société est l'utilisation appropriée et émancipée du savoir extrêmement spécialisé des experts. En tant que citoyens responsables nous sommes continuellement confrontés aux informations émanant d'experts qu'il nous faut évaluer et juger afin de pouvoir décider. Normalement, nous comptons sur la justesse de ces informations, mais il nous faut mesurer leur importance pour nous-même et pour la société. Comme il nous est possible de n'être experts que dans peu de domaines, nous devons être capables de poser des questions claires aux experts dans les domaines où nous sommes non-initiés, d'estimer leurs réponses à leur juste valeur et d'en tirer pour nous des conclusions.
R. Fischer base sa conception d'une culture générale sur la « capacité à communiquer avec les experts et le grand public » . D'après Fischer, les bacheliers ont une mission de médiateur à jouer entre les experts et le grand public ; ils doivent être capables en particulier d'expliquer clairement les opinions d'experts et d'évaluer leur pertinence et leur portée (cf. Fischer s. d., p. 3). Par conséquent, développer la capacité à communiquer pourrait servir de principe et d'orientation pour choisir les contenus d'enseignement au lycée.

La capacité à communiquer avec les experts et avec le grand public suppose le développement d'autres compétences que celles des experts. A propos des compétences à acquérir dans une matière, R. Fischer identifie les trois domaines suivants :

- Savoirs de base (conceptions, notions, représentations)
- Savoirs et savoir-faire en calcul formel (pour résoudre des problèmes ou pour construire de nouveaux savoirs scientifiques)
- Réflexion (des possibilités, des limites, de la signification, de l'importance de notions et de méthodes)

En ce qui concerne la capacité de communication avec des experts (et le grand public) d'après Fischer, les domaines de savoirs de base et de réflexion semblent être particulièrement importants pour des non-initiés dotés d'une culture générale : les savoirs de base constituent « la condition pour une communication avec des experts », la réflexion «est nécessaire pour juger les expertises » (Fischer s. d., p. 5). Pour exercer l'activité d'expert, outre les compétences des domaines de savoirs de base et de réflexion, il faut disposer avant tout de compétences étendues dans les domaines des savoirs et des savoir-faire en calcul formel. (Il ne faut bien sûr pas complètement renoncer au calcul formel dans la formation des non-initiés aux mathématiques, mais entre experts et non-initiés, pondération et profil restent bien différents)

La communication avec des experts suppose donc essentiellement la sous-traitance du calcul formel aux experts (en mathématiques). L'interaction avec les SCF peut être considérée et utilisée comme modèle au sein d'une telle communication, dans la mesure où les éléments essentiels à la communication humaine entre non-initiés et experts se manifestent aussi dans l'interaction homme – machine. (cf. aussi Peschek & Schneider 2002).
Une interaction réussie et profitable avec des experts présuppose :

- *des savoirs de base étendus en mathématiques (et en particulier des savoirs sur les représentations mathématiques importantes)*
  A titre d'exemple, choisir convenablement la partie de l'écran pour un graphique (est-ce que tous les points intéressants de la fonction sont visibles ?) et savoir que le choix de l'extrait d'écran influence aussi la tracé optique du graphe de la fonction (ex. : le graphe d'une fonction exponentielle e s t p r e s q u e une droite sur un petit intervalle).
  Autre exemple : utiliser les représentations (symbolique, graphique, tableau) offertes par les SCF en fonction des situations suppose connaître surtout les points forts et les points faibles des formes de représentation.

- *des idées assez précises sur les possibilités fondamentales des SCF et sur les limites de ces systèmes ainsi que sur l'évaluation des capacités locales des SCF.*
  Il faut que des conditions d'utilisation des blocs de savoirs comprimés (modules) offerts par les experts SCF, leurs effets, leurs portées et leurs limites soient connus et familiers pour en garantir une utilisation claire et efficiente. (On peut éventuellement les faire découvrir par une interaction avec les SCF)

- *la disposition et la capacité à poser des questions claires, à préciser ses propres questions et pensées, et à les présenter sous une forme susceptible d'être transformée par les SCF*
  La communication avec les SCF suppose que le problème soit formulé de manière précise pour ensuite être transformé dans une syntaxe de SCF adéquate. Pour ce faire, le degré de précision nécessaire dépasse celui de la communication avec des experts humains. Les SCF réagissent exclusivement aux questions qui leur sont posées et ils réagissent de manière contraignante à la formulation des questions. Les entrées non comprises par les SCF aboutissent inévitablement à un «refus de réponse » sous forme de message d'erreur invitant à reformuler plus précisément la question. Si les processus de négociation sont possibles avec des experts humains en vue d'une clarification, ceux-ci ne sont possibles

avec les SCF que de façon limitée, notamment au travers de messages d'erreur ou de réponses inadéquates aux questions posées.

- *le contrôle des réponses données par les SCF, leur interprétation et leur évaluation*
  Afin de lire une représentation et d'en tirer les informations, il est tout d'abord nécessaire de l'interpréter correctement. Il ne suffit pas seulement de reconnaître les solutions proposées par les SCF comme solution d'une équation, comme intégrale d'une fonction, comme graphe d'une fonction, etc. pour pouvoir les interpréter dans le contexte ; il faut aussi vérifier (mathématiquement) la solution indiquée, son interprétation et son estimation : pourquoi cette équation n'a-t-elle pas de solution réelle ? Comment peut-on expliquer que l'intégrale a une valeur négative ? Tous les points essentiels du graphe de la fonction sont-ils visibles à l'écran ? etc.

Si les étudiants travaillent dans des organisations sociales appropriées (en groupe, avec un partenaire), il nous faut encore y ajouter un élément, à savoir : redonner les réponses livrées par les SCF à des non-initiés, discuter ces « réponses d'expert » avec les non-inités et connaître les processus de négociation concernant la signification des réponses, leur portée, leur évaluation, et également formuler de nouvelles questions à l'expert – donc en somme, les éléments essentiels de ce que R. Fischer (s. d., p. 4) désigne comme communication avec le grand public.

Ces considérations ne veulent pas mettre sur le même plan les SCF et l'expert humain en mathématiques, ni la communication entre experts et non-initiés, ni l'interaction entre homme et machine. Les SCF ne peuvent pas se substituer à l'expert humain (et pas non plus aux enseignants). Les SCF sont trop contraignants et trop limités dans leur mode de communication avec les hommes ; leurs savoirs de base (en mathématiques) tout comme leurs capacités à représenter et à interpréter sont trop restreints. Dans le domaine du calcul formel nous sommes également quelquefois déçus par les SCF.
En revanche, il existe, dans une certaine mesure, sous certains aspects importants, des analogies ou du moins des similarités entre les SCF et les experts humains. C'est pourquoi je plaide en faveur de l'utilisation des SCF comme de simples modèles de communication entre experts et non-initiés et en faveur d'une réflexion sur cette forme d'intégration.

5 Conclusion

Sous plusieurs rapports, les SCF apportent une contribution importante au développement de la cohérence culturelle dans l'enseignement des mathématiques :
ils garantissent une certaine continuité culturelle en offrant la possibilité d'acquérir des savoirs et des savoirs-faire en calcul formel et de mettre ces savoirs à la disposition des apprenants sans qu'ils n'aient besoin eux-mêmes de les développer. D'autre part ils soutiennent en même temps le développement d'éléments traditionnels en les adaptant aux évolutions plus récentes de la société de l'information et de la communication.
A l'aide de l'exemple de la sous-traitance du calcul formel aux SCF, l'on peut noter l'importance des mathématiques dans l'ensemble de la culture, ses traits caractéristiques, sa

productivité et son efficacité, que l'on peut montrer « visiblement » aux étudiants. C'est ainsi que les SCF contribuent de façon essentielle au développement d'une identité culturelle pensée et réfléchie.

De plus, on peut utiliser les SCF comme modèle de communication entre experts et non-initiés, et contribuer ainsi au développement d'une cohérence culturelle.

Références

Böhm, J. & Pröpper, W. (1999). *Einführung des Integralbegriffs mit dem TI-92*. Hagenberg: bk teachware.

Fischer, R. (1991). Mathematik und gesellschaftlicher Wandel. *Journal für Mathematik-Didaktik,* 4, 323-345.

Fischer, R. (1996). Perspektiven des Mathematikunterrichts. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* 2, 42-46.

Fischer, R. (s.d.). *Höhere Allgemeinbildung*. Unv. Manuskript, Klagenfurt/Wien.

Heugl, H. et al (1996). *Mathematikunterricht mit Computeralgebra-Systemen*. Bonn: Addison-Wesley.

Heymann, H. W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik*. Studien zur Schulpädagogik und Didaktik, Band 13. Weinheim-Basel: Beltz.

Lehmann, E. (1999). Mathematikunterricht mit einem Computeralgebrasystem - Analyse des Bausteins Binobau(a,b,n):=$(a+b)^n$. *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht,* 52 (5), 306-310.

Maaß, J. & Schlöglmann, W. (1988). Die mathematisierte Welt im schwarzen Kasten – die Bedeutung der Black Boxes als Transfermedium. In: A. Bammé, P. Baumgartner, W. Berger, & E. Kotzmann (Eds.), *Technologische Zivilisation und die Transformation des Wissens* (pp. 379-398). München: Profil.

Peschek, W. (1999a). Mathematische Bildung meint auch Verzicht auf Wissen. In: G. Kadunz, G. Ossimitz, W. Peschek, E. Schneider & B. Winkelmann (Eds.), *Mathematische Bildung und Neue Technologien* (pp. 263-270). Stuttgart-Leipzig: Teubner.

Peschek, W. (1999b). Auslagerung als didaktisches Prinzip eines computerunterstützten Mathematikunterrichts. In: M. Neubrand (Ed.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 1999* (pp. 405-408). Hildesheim: Franzbecker.

Peschek, W. & Schneider, E. (2000). How to identify basic knowledge and basic skills in CAS-supported Mathematics education? In: V. Kokol-Voljc et al (Eds.), *Exam Questions & Basic Skills in Technology-Supported Mathematics Teaching* (pp. 47-54). Hagenberg: bk teachware.

Peschek, W. & Schneider, E. (2001). How to identify basic knowledge and basic skills? Features of modern general education in Mathematics. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 8(1), 7-22.

Peschek, W. & Schneider, E. (2002). Computer Algebra Systems (CAS) and Mathematical Communication. *The International Journal for Computer Algebra in Mathematics Education*, 9(3), 229-242.

Schneider, E. (2001). *Computeralgebrasysteme in einem allgemeinbildenden Mathematikunterricht. Didaktische Orientierungen – Praktische Erfahrungen*. München-Wien: Profil.

Waits, B. K. & Demana, F. (1997). Connections between algebra and calculus: discrete and continuous models of growth. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 4(3), 239-251.

Winkelmann, B. (1992). Anmerkungen zum Black Box Problem im Mathematikunterricht. *Occassional Paper,* 140, 32-39. Universität Bielefeld.